

UN AVANT-GOÛT DES MATHS EN TALE STL

Avec deux heures de cours par semaine, nous n'allons pas bouleverser la science...Cependant, nous allons découvrir quelques outils utiles aux sciences de laboratoire et que vous développerez l'an prochain si vous poursuivez des études dans la même voie.

Pour vous rendre compte de ce qui vous attend, nous allons survoler un problème concret qui vous donnera une vue d'ensemble de votre programme.

LE PROBLÈME

On étudie une population de bactéries. On note $N(t)$ le nombre de bactéries à l'instant t . On suppose que l'accroissement de la population est proportionnel au nombre d'individus au départ et au temps écoulé. C'est à dire que plus il y aura d'individus, plus la population va s'accroître vite (pour que ça soit réaliste, il faut disposer d'un très grand récipient et de beaucoup de nourriture), et que plus on attend, plus la population s'accroît.

On fait deux observations à h secondes d'intervalle. Alors

$$\underbrace{N(t+h) - N(t)}_{\text{Accroissement de la population entre les instants } t \text{ et } t+h} = \underbrace{k}_{\text{coeff de proportionnalité}} \cdot \underbrace{h}_{\text{Le temps écoulé}} \cdot \underbrace{N(t)}_{\text{nombre de bactéries au départ}}$$

On divise alors par h

$$\frac{N(t+h) - N(t)}{h} = kN(t)$$

Et on fait tendre h vers 0 en supposant que notre temps d'observation a été rapide

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{N(t+h) - N(t)}{h} = kN(t)$$

Vous reconnaissez la définition du nombre dérivé de la fonction N en t vue en première, et donc

$$N'(t) = kN(t)$$

Cette équation qui relie une fonction à sa dérivée s'appelle une **équation différentielle**. Nous verrons cette année que cette équation admet comme solution une fonction appelée **fonction exponentielle**, et nous pourrons donc calculer le nombre de bactéries $N(t)$ à chaque instant, car $N(t) = e^{kt}N(0)$.

Nous pourrons savoir par exemple savoir en combien de temps la population doublera en utilisant la fonction réciproque de l'exponentielle, appelée **logarithme népérien**.

Nous pourrons prédire le développement de la population en étudiant la fonction N : son sens de variation grâce à l'étude du signe de sa **dérivée**, son comportement après un grand laps de temps en étudiant sa **limite** en $+\infty$.

En fait, on observe plutôt les population à intervalle de temps donné, par exemple toutes les minutes. On utilise alors une **suite** pour modéliser l'expérience, en notant m_1 la population lors de la première mesure, m_2 celle de la deuxième mesure, etc.

Le modèle impose que $m_{n+1} = k \cdot m_n$ ce qui caractérise une **suite géométrique** qui est liée, comme nous le verrons à la fonction exponentielle.

On peut faire le même genre d'expérience dans de nombreux laboratoires à travers le monde et regrouper les résultats en faisant une étude **statistique** pour permettre de voir si une généralisation du phénomène observé est possible. On pourra alors calculer la **probabilité** qu'une population de bactéries évolue selon notre modèle.

Waouh, ça fait peur...Mais rassurez-vous, nous avons survolé en quelques minutes ce que nous allons mettre neuf mois à étudier. Ensuite, à nous le 20 en maths : le coeff est faible, mais c'est toujours des points à prendre...

Et le Bac mis à part, vous comprendrez j'espère que les maths ne sont pas seulement un instrument de torture, mais qu'elles peuvent être utiles à de brillant(e)s laborantin(e)s comme vous le serez peut-être bientôt.