

Exercices sur le logarithme

Exercice 1 Dérivée de ln

1) Soit a un réel fixé. On définit une fonction

$$g : x \mapsto \ln(ax) - \ln(x)$$

Montrez que g est constante.

2) Calculez $g'(x)$.

3) Admettons que $\ln'(1) = 1$. Montrez que $g'(1) = a \ln'(a) - 1$ puis exprimez $\ln'(a)$ en fonction de a .

Exercice 2 Les Tables des logarithmes

Voici un extrait des tables portatives de logarithmes publiées en 1795 par François CALLET

ln 2 0.69314.71805.59945

ln 3 1.09861.22886.68109

ln 5 1.60943.79124.34100

ln 6 1.79175.94692.28055

1) Donnez une valeur approchée de 2×3 sachant que vous avez oublié vos tables de multiplications.

2) Donnez une valeur approchée de $\ln(2,5)$; $\ln(1/9)$; $\ln(9\sqrt{3})$; $2 \ln 6 - \ln 4$; $\ln(100\,000)$ et de

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) + \ln\left(\frac{2}{3}\right) + \ln\left(\frac{3}{4}\right) + \ln\left(\frac{4}{5}\right) + \dots + \ln\left(\frac{98}{99}\right) + \ln\left(\frac{99}{100}\right)$$

Exercice 3 Ah, les produits remarquables...

Calculez $\ln(3 + 2\sqrt{2}) + \ln(3 - 2\sqrt{2})$

Exercice 4

Démontrez que $\ln(2x + 3) = \ln x + \ln\left(2 + \frac{3}{x}\right)$

Exercice 5 Attention aux pièges!

Simplifiez - si c'est possible - les expressions suivantes

$$(\ln x)^3 \quad \ln(x^3) \quad \ln(3x) \quad 3 \ln(x) \quad \ln(x + 2) \quad \ln x + \ln 2 \quad \frac{\ln x}{3n} \quad \frac{\ln 3}{\ln 2}$$